

Контрольна робота для вступу в 11 математичний клас

ліцею «Голосіївський» № 241 міста Києва

1. Знайдіть значення виразу:

1) $\sqrt[5]{\frac{2^{10} \cdot 7^5}{-10^{15}}}$;

2) $\sqrt[4]{17 + 12\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$;

3) $2 \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \sin(-\pi) + 5 \sin^2\left(-\frac{\pi}{3}\right)$.

2. Спростіть вираз:

1) $\sqrt{(\sqrt{2} - 3)^2}$;

2) $\left(\frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} - \frac{b^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}}\right) : \frac{a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}}}{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}$;

3) $\frac{\cos^2 \alpha + 2 \sin^2 \alpha - 1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}$;

4) $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cos(\pi - \alpha) + \operatorname{tg}\left(\frac{3}{2}\pi - \alpha\right) + \operatorname{ctg}(2\pi - \alpha)$.

3. Розв'яжіть рівняння:

1) $x^2 + 3x - \sqrt{x^2 - 3x} - 2 = 0$;

2) $2\sin^2 x + 3\cos^2 x + 2\sin x = 0$;

3) $2\sin^2 x - 4\sin x \cos x + 5\cos^2 x = 2$;

4) $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$.

4. Розв'яжіть нерівність:

1) $\sqrt{2x^2 + 6x + 3} \geq \sqrt{-x^2 - 4x}$;

2) $2\cos\left(4x - \frac{\pi}{6}\right) < \sqrt{3}$.

5. Знайдіть похідну функції:

а) $f(x) = 2x^5 - \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 4$;

в) $f(x) = \frac{x^2 + 9x}{x - 4}$;

б) $f(x) = (3x - 5)\sqrt{x}$;

г) $f(x) = \frac{2}{x^3} - \frac{3}{x^6}$.

6. Знайдіть проміжки зростання і спадання функції, точки екстремуму та екстремуми функції $y = (x^2 - 2x - 3)^2$.

7. Тіло рухається прямолінійно за законом

$s(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 2,5t^2 + 24t - 7$ (час t вимірюється в секундах, s – у метрах). Знайдіть швидкість руху в момент часу $t_0 = 3$.

8. Знайдіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = x^2 + 3x - 8$, яка паралельна прямій $y = 9x - 1$.

9. Побудуйте графік функції та вкажіть, область визначення, множину значень функції, нулі функції $y = 2 \sin(x - \frac{\pi}{6})$.
10. Дано ABCD – паралелограм, A (1; - 2; 3), B (2; 3; -5), D (- 4; 5; 1). Знайдіть координати вершини C.
11. Точка, рівновіддалена від сторін прямокутного трикутника з катетами 9 і 12 см і знаходиться на відстані 4 см від площини трикутника. Знайдіть відстань від даної точки до сторін трикутника.
12. З точки A проведено до площини α похилі AB і AC, які утворюють з площиною кути 30° і 60° відповідно. Знайдіть відстань між точками C і B, якщо кут між проекціями похилих на цю площину дорівнює 120° , а проекція похилої AC - $\sqrt{3}$ см.